

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
математического анализа



А.С.Шабров  
13.05.2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.О.02.03 Математический анализ**

*Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом*

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**  
10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности
- 2. Профиль подготовки/специализации:**  
Автоматизация информационно-аналитической деятельности  
Информационная безопасность финансовых и экономических структур
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Специалист по защите информации
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**  
Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета,  
Протокол № 0500-03 от 24.03.2022
- 8. Учебный год:** 2022/2023, 2023/2024                      **Семестры:** 1, 2, 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

### *Цели изучения дисциплины:*

- подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;
- получение базовых знаний и формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических дисциплин, изучаемых в рамках бакалавриата и магистратуры.
- формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в исследовательской и практической деятельности;
- развитие логического мышления;

### *Задачи дисциплины:*

- демонстрация на примерах математических понятий и методов сущности научного подхода, специфики математики, ее роли в развитии других наук;
- овладение студентами понятиями математического анализа;
- выработка умений анализировать полученные результаты, решать типовые задачи, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части и входит в группу учебных дисциплин "Физико-математические науки" Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 10.05.04 «Информационно-аналитические системы безопасности».

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса «Математика» или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования, использующих соответствующие математические методы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторы их достижения

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.3	Использует математические методы математического анализа при решении задач профессиональной деятельности	Знать: основные термины и положения математического анализа, методы самоконтроля и приобретения новых навыков. Уметь: абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей

				профессиональной деятельности. Владеть (иметь навык(и)): приемами применения основных математических понятий и методов решения задач математического анализа при решении профессиональных задач.
--	--	--	--	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) —16/576**

**Форма промежуточной аттестации** зачеты, экзамен

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			№ семестра 1	№ семестра 2	№ семестра 3
Контактная работа		348	136	144	68
в том числе:	лекции	174	68	72	34
	практические	174	68	72	34
	лабораторные				
	курсовая работа				
Самостоятельная работа		120	44	36	40
Контроль		108	36	36	36
Промежуточные аттестации			Зачет, экзамен	Зачет, экзамен	Зачет, экзамен
Итого:		576	216	216	144

**13.1 Содержание дисциплины:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
		<b>Лекции</b>
01	Введение. Элементы логики	Обозначения. Основные теоремы логики.
02	Элементы теории множеств	Обозначения. Операции над множествами.
03	Множества вещественных чисел	Множество $R^1$ . Свойство непрерывности вещественной прямой. Окрестность точки. Предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано. Мощность множества. Счётные множества, континуальные множества, их свойства. Счётность множества рациональных чисел. Континуальность множества $[0,1]$ . Ограниченность множества. Верхние и нижние границы множества. Точные верхние и нижние границы, их свойства. Теорема о существовании и единственности точных границ множества. Предельная точка множества, её свойство. Принцип Больцано.
04	Отображения, функции	Отображения, функции. Основные элементарные и элементарные функции. Гиперболические функции. Последовательность как частный случай функции.
05	Теория пределов функций и последовательностей	Предел функции. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между

		<p>существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел. Теоремы о пределах: о единственности предела; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел. Свойства пределов, связанных с неравенствами, предел промежуточной функции. Предел последовательности. Арифметические свойства пределов функций и последовательностей. Ограниченность сходящейся последовательности. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Частичный предел. Верхний и нижний пределы последовательности, их свойства. Условие Коши. Критерий Коши существования предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Условие Коши для функции.. Критерий Коши существования предела функции. Пределы монотонной функции. Неопределённости при нахождении пределов функций. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с использованием компьютерных технологий.</p>
06	Непрерывность функции	<p>Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Арифметические свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса. Равномерная непрерывность на множестве. Теорема Кантора. Теорема Коши о промежуточных значениях функций. Следствия. Обратные функции, их существование и непрерывность. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций.</p>
07	Производная и дифференциал	<p>Производная. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной. Арифметические свойства производной. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций. Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Теоремы о дифференцируемых функциях (т.т. Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора.. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум, на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций. Построение эскиза графика функции.</p>
08	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование</p>

		<p>рациональных функций: интегрирование простых дробей, метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций: подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы.</p> <p>Вычисление интегралов с помощью компьютерных технологий.</p>
09	Определенный интеграл Римана	<p>Определение определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства. Условия существования определённого интеграла. Класс интегрируемых функций, теорема Лебега. Свойства определённого интеграла. Определённый интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Мера плоских множеств. Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.</p>
10	Несобственные интегралы	<p>Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Признаки сходимости несобственных интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственных интегралов. Признаки Дирихле и Абеля. Интегралы Дирихле. Использование компьютера для вычисления несобственных интегралов.</p>

11	Функции многих переменных	<p>Пространство <math>R^n</math> Метрика. Норма элемента. Эквивалентные нормы в <math>R^n</math> Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности по координатам сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Подпоследовательность. Принцип Больцано-Вейерштрасса для последовательностей в <math>R^n</math>.</p> <p><math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора. Дифференцируемость <math>f: R^n \rightarrow R^1</math> (по Фреше). Производная (Фреше). Свойства дифференциалов и производных. Частные производные <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Связь между дифференцируемостью функции и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала (Фреше). Производная по направлению. Градиент, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы 2-го дифференциала. Формула Тейлора для <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение <math>f: R^n \rightarrow R^m</math>. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Их свойства. Неявные функции. Существование неявных отображений. Свойства непрерывных отображений <math>f: R^n \rightarrow R^m</math>. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области. Существование обратного отображения. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</p>
12	Числовые ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	<p>Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды, их свойства. Теорема Римана. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Связь несобственных интегралов с числовыми рядами. Бесконечные произведения, их сходимости, абсолютная сходимости. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции. Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость суммы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Формулы Эйлера. Использование компьютера для разложения функции в ряд.</p>
13	Ряды Фурье и	Ряды Фурье. Ряд Фурье по элементам ортонормированной

	преобразование Фурье	системы. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимости ряда Фурье. Теорема Вейерштрасса. Теорема Дирихле. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье. Комплексная запись ряда Фурье. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.
14	Интегралы, зависящие от параметра	Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимости, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода, с римановским интегралом. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случаи наличия особых точек. Приложения криволинейного интеграла 2-го рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Ориентация поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Основные операции теории поля. Соленоидное поле. Потенциальное поле. Признаки полей и их физические свойства.
		<b>Практические</b>
1	Введение. Элементы логики. Элементы теории множеств. Метод математической индукции. Модуль.	Ограниченность множества. Нахождение верхних и нижних границ множества. Нахождение супремума и инфимума множества. Доказательство утверждений, равенств, неравенств с помощью метода математической индукции. Решение неравенств, содержащих модуль.
02	Отображения, функции	Эскизное построение графиков функций. Сложение и умножение функций. Построение графиков сложных функций. Построение графиков функций в полярной системе координат.

03	Теория пределов функций и последовательностей	Вычисление пределов функций и последовательностей. Односторонние пределы. Условие Коши. Критерий Коши существования предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Условие Коши для функции. Решение задач на использование критерия Коши. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов.
04	Непрерывность функции	Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность. Определение точек разрыва, их классификация. Замечательные пределы. Сравнение функций.
05	Производная и дифференциал	Вычисление производных. Непрерывность функции, имеющей производную. Геометрический и физический смысл производной. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Таблица дифференциалов. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций. Дифференциалы высшего порядка сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка. Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Исследование функций с помощью производных: на монотонность, на экстремум, на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции. Нахождение асимптот функции. Общая схема исследования функций. Построение эскиза графика функции.
06	Неопределенный интеграл	Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей, метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование иррациональных функций: подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций. Неберущиеся интегралы. Вычисление интегралов.
07	Определенный интеграл Римана	Определение определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
08	Несобственные интегралы	Несобственный интеграл от неограниченной функции. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Вычисление несобственных интегралов.
09	Функции многих переменных	Окрестность точки. Последовательность. Предел последовательности. Вычисление. Предел. Предел по множеству. Свойства пределов. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных.



		<p>Равномерная непрерывность. Вид производной и дифференциала (Фреше). Производная по направлению. Градиент, его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Вычисление дифференциалов и производных высшего порядка от сложной функции. Формула Тейлора для <math>f: R^n \rightarrow R^1</math>. Экстремум функции нескольких переменных. Отображение <math>f: R^n \rightarrow R^m</math>. Предел. Непрерывность. Дифференциал и производная (Фреше). Их свойства. Их свойства. Неявные функции.</p>
10	<p>Числовые ряды. Функциональные последовательности, функциональные ряды.</p>	<p>Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Неабсолютно сходящиеся ряды, их свойства. Признаки Дирихле, Абеля. Умножение рядов. Связь несобственных интегралов с числовыми рядами. Исследование числовых рядов на сходимость. Бесконечные произведения, их сходимость, абсолютная сходимость. Функциональные последовательности. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость предельной функции. Функциональные ряды. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда. Исследование функциональных рядов на сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда. Дифференцируемость и интегрируемость суммы ряда. Аналитические функции. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.</p>
11	<p>Ряды Фурье и преобразование Фурье</p>	<p>Ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. Частные виды рядов Фурье. Фурье. Преобразование Фурье.</p>
12	<p>Интегралы, зависящие от параметра</p>	<p>Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера, их свойства. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.</p>
13	<p>Интегрирование функции нескольких переменных.</p>	<p>Двойной интеграл. Условия существования. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и механические приложения двойных интегралов. Тройной интеграл. Условия существования. Свойства. Сведение к повторному интегралу. Замена переменных в тройном интеграле. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. n-кратный интеграл. Свойства. Сведение его к повторному. Замена переменных. Несобственные кратные интегралы. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Касательная и нормаль. Криволинейный интеграл 1-го рода. Связь с римановским интегралом. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Приложения. Криволинейные интегралы.. Формула Грина. Условия независимости</p>

		криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.. Приложения криволинейного интеграла 2-го рода. Поверхность в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Поверхностный интеграл 1-го рода. Сведение его к римановскому интегралу. Свойства и приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Ориентация поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода. Связь их с римановскими интегралами. Свойства. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
--	--	---

### 13.2 Темы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Лабораторные	Самостоятельная работа	Контроль	Всего
01	Введение. Элементы логики	2	1	1	1	5
02	Элементы теории множеств	2	2	2	1	7
03	Множества вещественных чисел	2	2	2	2	8
04	Отображения, функции	6	6	5	4	21
05	Теория пределов функций и последовательностей	18	19	8	12	57
06	Непрерывность функции	10	10	8	4	32
07	Производная и дифференциал	18	18	10	10	56
08	Неопределенный интеграл	18	18	10	10	56
09	Определенный интеграл Римана	10	10	10	10	40
10	Несобственные интегралы	10	10	10	10	40
11	Функции многих переменных	18	18	14	10	60
12	Ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	18	18	14	10	60
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	10	10	8	8	36
14	Интегралы, зависящие от параметра	8	8	8	6	30
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	24	24	10	10	68
Итого		174	174	120	108	576

**14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**  
(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математический анализ» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. Разобрать решенные на предыдущем лабораторном занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать их на следующем лабораторном занятии или в присутственный час преподавателю.

4. Выполнение контрольной работы.

5. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке, или в электронной базе.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173">Будаев, Виктор Дмитриевич</a> . Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2012 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образованию Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 — «Физико-математическое образование». — Предм. указ.: с. 532-536 .— Имен. указ.: с. 537 .— Библиогр.: с. 531 .— ISBN 978-5-8114-1186-3 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3173</a> >.
2	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=178">Карташев, Алексей Павлович</a> . Математический анализ : / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский .— Москва : Лань, 2007 .— 447 с. : ил. ; 21 см .— (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) .— .— ISBN 978-5-8114-0700-2 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=178">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=178</a> >.
3	Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения : / И. А. Соловьев, В. В. Шевелев, А. В. Червяков, А. Ю. Репин .— Москва : Лань, 2009 .— 319 с. : ил. ; 21 см .— (Учебники для вузов. Специальная литература) .— .— Библиогр.: с. 316. — ISBN 978-5-8114-0751-4 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=374">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=374</a> >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М.: «Высшая школа», 1973. – Т. 1. – 614 с.
5	Кудрявцев Л.Д. Математический анализ / Л.Д. Кудрявцев. – М.: «Высшая школа», 1973. – Т. 2. – 470 с.
6	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 1. – 616 с.
7	Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 2. – 357 с.
8	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука,

	1970. – Т.1. – 603 с.
9	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1970. – Т.2. – 807 с.
10	Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Физматлит, 1970. – Т.3. – 656 с.
11	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука, 1990. – Т.1. – 528 с.
12	Никольский С.М. Курс математического анализа /С.М.Никольский. – М.: Наука, 1990. – Т.2. – 543 с.
13	Шилов Г.К. Математический анализ (функции одного переменного) /Г.К.Шилов. – М.:Наука, 1969. - 528 с.
14	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 1. – 392 с.
15	Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 2. – 346 с.
16	Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу / Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. – М.: Физматлит, 2003. – Т.2. – 504с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
17	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – ( <a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> )
18	Google, Yandex, Rambler

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Математический анализ-1. Метод математической индукции. Точные границы числовых множеств: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2007. – 18 с.
2	Пределы функций, последовательностей: пособие для студ. по спец. «Математика»010101/ Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2003. – 15 с.
3	Математический анализ-2. Построение графиков функций: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова, О.К. Плетнева, Е.В. Раецкая – Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2009. – 26 с.
4	Приложения кратных интегралов: учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.
5	Нахождение пределов функций: учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сот. С.П.Зубова. – Воронеж: ЛОП ВГУ, 2006. – 23 с.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ»

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Типовое оборудование аудитории для лекционных занятий.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимся учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение. Элементы логики	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
2	Элементы теории множеств	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
3	Множества вещественных чисел	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
4	Отображения, функции	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
5	Теория пределов функций и последовательностей	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
6	Непрерывность функции	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
7	Производная и дифференциал	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
8	Неопределенный интеграл	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
9	Определенный интеграл Римана	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
10	Несобственные интегралы	ОПК -3	ОПК-3.3	Опрос
11	Функции многих переменных	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
12	Ряды. Бесконечные произведения. Функциональные последовательности, функциональные ряды.	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
13	Ряды Фурье и преобразование Фурье	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
14	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
15	Интегрирование функции нескольких переменных. Элементы теории поля.	ОПК -3	ОПК-3.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет, экзамен				КИМ 3 (зачет), КИМ №3 (экзамен)

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

## Контрольная работа 1 (1.1)

### Вариант 1.

1. Сформулировать и изобразить:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\cos x}{x}} = ?$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x} = ?$
4. Найти производную третьего порядка функции  $y = x^2 e^{3x}$ .

### Вариант 2.

1. Сформулировать и изобразить:  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2} = ?$
3.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x} = ?$
4. Найти три члена разложения функции  $y = \sqrt{x}$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $x = 2$ .

## Контрольная работа 1 (1.2)

### Вариант 1.

1. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ .
2.  $\int x^3 (1 - 5x^2)^{10} dx = ?$
3.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx = ?$

### Вариант 2.

1. Исследовать на экстремум функцию  $f(x) = 2x^3 + x^2 + 6$ .
2.  $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx = ?$

$$3. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

## Контрольная работа 2

### Вариант 1.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{и} \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла  $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x| dx}{x-1}$ .

3. Найти частные производные функции  $f(x, y) = \sin \frac{x}{y}$ . Вычислить их значение в точке  $(0; 1)$ .

4. Исследовать функцию  $f = x^2 - 2xy + 4y^2 + 6z^2 + 6yz - 6z$  на экстремум.

### Вариант 2.

1. Найти длину дуги параболы  $y = 2x^2$  от её вершины до точки  $(1, 2)$ .

2. При каких  $p$  сходится интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^p}$ ?

3. Найти частные производные функции  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y}$ . Вычислить их значение в точке  $(1; 2)$ .

4. Исследовать на экстремум функцию  $f = xy^2$  при  $x + y^2 = 1$ .

## Контрольная работа 3 (3.1)

### Вариант 1.

1. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2n}$ .

2. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n \cdot (n+1)} \cdot (x-1)^n$ .

3. Разложить в ряд Фурье с периодом  $2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ , функцию  $f(x) = 3x - 1$ .

### Вариант 2.

1. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ .

2. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n (x-1)^n}$ .

3. Разложить периодическую функцию  $y = \text{sign}\left(\cos \frac{x}{2}\right)$  в ряд Фурье.

### Контрольная работа 3 (3.2)

#### Вариант 1.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz, \quad x^2 + y^2 = z^2.$$

2.  $l$  — периметр четырёхугольника ABCD,

$$A(1,0), B(3,0), D(1,-1), C(4,-3), \quad \int_l xy ds = ?$$

3. Найти площадь части поверхности  $z^2 = x^2 + y^2$ , вырезанной цилиндром

$$z^2 = 2y.$$

#### Вариант 2.

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + z^2 = 1, \quad x=1, \quad x=-1, \quad y=1, \quad y=-1.$$

$$2. l: x^2 + y^2 = x + y; \quad \int_l x^2 dx - y^2 dy = ?$$



3. Вычислить  $\iint_S (x+y)z dx dy$  по нижней стороне поверхности

$$S: z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

### Контрольная работа 3 (3.3)

#### Вариант 1.

1. Вычислить  $\operatorname{div} \overline{\operatorname{rot} \bar{F}}$ , где  $\bar{F} = (x, y, z)$ .

2. Найти циркуляцию поля  $\bar{F} = (-y, x, 2)$

вдоль линии  $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ .

3. Найти работу поля  $\bar{F} = \left(\frac{2}{y+z}, -\frac{x}{y+z}, -\frac{x}{y+z}\right)$

вдоль дуги MN : M(1,1,3), N(2,4,5).

#### Вариант 2.

1. Найти поток поля  $\bar{F} = (x, y, z)$

через поверхность  $x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq H$ .

2. Найти циркуляцию поля

$$\bar{F} = (x, y, z)$$

вдоль линии  $x^2 + y^2 + z = 1, x^2 + y^2 = 1$ .

3. Найти работу поля  $\bar{F} = \left(\frac{1}{x+z}, -\frac{y}{x+z}, -\frac{2y}{x+z}\right)$

вдоль дуги AB : A(0,1,3), B(2,4,0).

## Перечень вопросов к экзамену 1:

1. Множество  $R$ . Аксиомы Архимеда, Кантора. Теорема о вложенных отрезках.
2. Окрестность точки, предельная точка множества, её свойство. Теорема Больцано.
3. Ограниченность множества в  $R$ . Верхние и нижние границы множества, их свойства. Теорема о существовании точных границ множества.
4. Мощность множества. Счетные множества, континуальные множества . их свойства.

### **04. Отображения. Функции.**

1. Классификация функций. Последовательность.

### **05. Теория пределов функций и последовательностей**

1. Предел функции. Предел последовательности.
2. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне.
3. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам, по Гейне, односторонних пределов.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
5. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел.
6. Теоремы о пределах: о единственности предела; о пределе постоянной; о переходе к пределу в равенствах; о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел и ограниченности сходящейся последовательности; о свойствах пределов, связанных с неравенствами; об арифметических свойствах пределов; о пределе промежуточной функции.
7. Подпоследовательность, частичный предел, верхний и нижний пределы последовательности. Принцип Больцано - Вейерштрасса.
8. Условия Коши для функции, для последовательности. Критерии Коши существования предела функции, предела последовательности.
9. О пределах монотонных функций, монотонных последовательностей.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел.

### **06. Непрерывность функции**

1. Непрерывность функции в точке, на множестве, односторонняя непрерывность.
2. Точки разрыва, их классификация.
3. Арифметические свойства непрерывных функций.
4. Непрерывность сложной функции.
5. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
6. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теорема Вейерштрасса, теорема Коши о промежуточных значениях, теорема Кантора).
7. Обратные функции, их существование и непрерывность.
8. Непрерывность основных элементарных функций и элементарных функций.
9. Замечательные пределы.
10. Сравнение функций.

## **07. Производная и дифференциал**

1. Производная функции.
2. Непрерывность функции, имеющей производную.
3. Геометрический и физический смысл производной.
4. Арифметические свойства производной.
5. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Производные гиперболических функций. Таблица производных.
6. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.
7. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной.
8. Арифметические свойства дифференциала.
9. Таблица дифференциалов.
10. Геометрический смысл дифференциала.
11. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
12. Производные высших порядков. Производные высшего порядка от суммы и произведения двух функций.
13. Дифференциалы высшего порядка. Дифференциалы высшего порядка от сложной функции. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.
14. Теоремы о дифференцируемых функциях (т. Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши).
15. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.
16. Формула Тейлора.
17. Исследование функции с помощью производных: на монотонность; на экстремум; на выпуклость. Нахождение точек перегиба графика функции.
18. Нахождение асимптот функции.
19. Общая схема исследования функции и построение эскиза графика функции.

### **Перечень вопросов к экзамену 2:**

## **08. Неопределённый интеграл**

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица интегралов.
3. Замена переменной.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простых дробей. Метод неопределённых коэффициентов. Метод Остроградского.
6. Интегрирование иррациональных функций

$$\int R \left[ x, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{m_k}{n_k}} \right] dx$$

$$\int R \left[ x, \sqrt{ax^2 + bx + c} \right] dx, \text{ подстановки Эйлера;}$$

интегрирование дифференциального бинома;

7. Интегрирование тригонометрических функций:

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx,$$

$$\int \sin ax \cdot \cos bxdx \text{ и др. ;}$$

$$\int R(\sin^2 x, \cos^2 x) dx.$$

$$\int R(\sin x, \cos x) dx.$$

8. Неберущиеся интегралы.

### 09. Определённый интеграл

1. Определение. Примеры вычисления.

2. Ограниченность интегрируемой функции.

3. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства.

4. Условия существования определенного интеграла.

5. Класс интегрируемых функций.

6. Свойства определенного интеграла.

7. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Его свойства.

8. Формула Ньютона-Лейбница.

9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Приложения определенного интеграла.

10. Мера плоских множеств. Свойства меры.

11. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.

12. Длина дуги. Нахождение длины дуги в декартовых, полярных координатах, в случае параметрического задания кривой.

13. Объем тела вращения.

14. Площадь поверхности вращения.

15. Работа силы.

16. Вычисление массы дуги кривой.

17. Статические моменты.

18. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой.

Приближенное вычисление определенного интеграла.

19. Формула прямоугольников.

20. Формула трапеций.

21. Формула Симпсона.

### 10. Несобственные интегралы

1. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку.

2. Несобственные интегралы от неограниченной функции

3. Признаки сходимости несобственных интегралов.
4. Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственных интегралов.
5. Интегралы Дирихле.

### 11. Функции многих переменных

1. Пространство  $R^n$ . Метрика. Норма. Окрестность.
2. Последовательность. Предел последовательности. Эквивалентность сходимости последовательности и по координатной сходимости. Свойства сходящихся последовательностей. Принцип Больцано- Вейерштрасса.
3.  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел по множеству. Свойства пределов. Предел суперпозиции функций. Повторные пределы, условия их равенства. Предел по Гейне.
4. Непрерывность  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Свойства непрерывных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора.
5. Дифференцируемость функции ( по Фреше ). Производная ( Фреше ). Свойства дифференциалов и производных.
6. Частные производные функции нескольких переменных. Связь между дифференцируемостью функции нескольких переменных и существованием частных производных. Вид производной и дифференциала Фреше.
8. Дифференциал Гато, производная Гато. Связь между дифференцируемостью по Фреше и дифференцируемостью по Гато.
9. Дифференциал (Фреше) сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
10. Дифференциалы (Фреше) высшего порядка. Частные производные высшего порядка. Условия равенства смешанных производных. Формулы для вычисления дифференциалов и производных высшего порядка от сложных функций. Неинвариантность формы второго дифференциала.
11. Формула Тейлора для  $f : R^n \rightarrow R^1$ .
12. Экстремум функции нескольких переменных.
13. Теоремы о существовании неявных отображений  $f : R^1 \rightarrow R^1, f : R^n \rightarrow R^1, f : R^n \rightarrow R^n$ .
14. Предел  $f : R^n \rightarrow R^n$ . Непрерывность. Равномерная непрерывность.
15. Свойства непрерывных отображений. Теоремы Вейерштрасса, Кантора.
16. Дифференцируемость по Фреше.
17. Частные производные. Связь между существованием производной Фреше и частных производных.
18. Свойства матриц Якоби и якобианов отображений. Отображение с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области.
19. Условный экстремум.

### Перечень вопросов к экзамену 3:

### 12. Числовые ряды

1. Определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши.
2. Признаки сходимости знакоположительных рядов ( признак сравнения 1, признак сравнения 2, Даламбера, Коши, интегральный). Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница.
4. Абсолютно и не абсолютно сходящиеся ряды. Свойства не абсолютно сходящихся рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
5. Признаки Дирихле, Абеля.
6. Ряды Дирихле.

## **12. Бесконечные произведения**

1. Необходимый признак сходимости. Связь с рядами. Абсолютная сходимость.

## **12. Функциональные последовательности**

1. Определения. Сходимость поточечная. Сходимость равномерная. Признаки равномерной сходимости.
2. Непрерывность предельной функции. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции.

## **12. Функциональные ряды**

1. Сходимость поточечная, равномерная. Признаки равномерной сходимости.
2. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость суммы функционального ряда.
3. Теорема Абеля для степенных рядов. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда.
4. Дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда.
5. Аналитические функции.
6. Разложение функций в ряд Тейлора.
7. Формулы Эйлера.

## **13. Ряды Фурье и преобразование Фурье**

1. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по элементам ортонормированной системы.
2. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.
3. Тригонометрический ряд Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю.
4. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье.
5. Теорема Стоуна- Вейерштрасса.
6. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье.
7. Теорема Дирихле.
8. Частные виды рядов Фурье.
9. Комплексная запись ряда Фурье.
10. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

## **14. Интегралы, зависящие от параметра**

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, её признаки.
3. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость несобственного интеграла, зависящего от параметра.
4. Интегралы Эйлера, их свойства.
5. Вычисление интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.

### **15. Интегрирование функций нескольких переменных**

1. Двойной интеграл. Определение.
2. Условия существования. Свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному.
4. Замена переменных в двойном интеграле.
5. Приложения геометрические и механические.
6. Тройной интеграл. Определение.
7. Условия существования тройного интеграла. Свойства.
8. Сведение тройного интеграла к повторному.
9. Замена переменных в тройном интеграле.
10. Приложения тройного интеграла.
11.  $n$ -кратный интеграл. Определение. Свойства. Сведение к повторному. Замена переменных.
12. Несобственный интеграл по неограниченной области.
13. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
14. Криволинейный интеграл 1 рода. Определение. Связь с римановским интегралом. Свойства. Приложения.
15. Криволинейный интеграл 11 рода. Определения. Связь с римановским интегралом. Связь с криволинейным интегралом 1 рода. Свойства.
16. Формула Грина.
17. Условия независимости криволинейного интеграла 11 рода от пути интегрирования.
18. Случаи наличия особых точек.
19. Нахождение площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла 11 рода.
20. Геометрический смысл знака якобиана преобразования.
21. Элементы теории поверхностей
22. Поверхностный интеграл 1 рода. Определение. Связь с двойным интегралом. Свойства. Приложения.
23. Поверхностные интегралы 11 рода. Определения. Связь с двойными интегралами. Связь с поверхностными интегралами 1 рода. Свойства.
24. Формула Остроградского- Гаусса.
25. Формула Стокса.

### **15. Векторное поле.**

1. Поток векторного поля через поверхность.
2. Циркуляция векторного поля вдоль контура.
3. Формулы Остроградского- Гаусса и Стокса в векторной форме.
4. Потенциальное поле.
5. Соленоидальное поле.

## Комплект КИМ №1 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 1

#### Теория:

1. Доказать свойство предельной точки множества.
2. Доказать теорему Вейерштрасса.
3. Нахождение точек перегиба графика функции.

#### Практика:

1. Найти  $\sup$ ,  $\inf$ ,  $\overline{\lim}$ ,  $\underline{\lim}$  последовательности

$$a_n = \frac{n^2}{1+n^2} \cos \frac{2n\pi}{3}.$$

2. Сформулировать и изобразить

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

3. Вычислить:  $\int (1+x)e^{-x} dx$ .

## Комплект КИМ №1 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 2

#### Теория:

1. Вывести первый замечательный предел.
2. Доказать теорему Коши о промежуточных значениях функции.
3. Геометрический смысл дифференциала.

#### Практика:

1.  $f(x)$  - разрывная функция.  $f^2(x)$  - разрывная функция?
2.  $d(\sin x)^x = ?$
3. Вычислить:  $\int \frac{2 - \ln x}{x} dx$ .



**Комплект КИМ №1 (экзамен)**

**Контрольно-измерительный материал № 3**

**Теория:**

1. Доказать теорему о пределах монотонной последовательности.
2. Вывести третий замечательный предел.
3. Исследование функции на экстремум по второй производной.

**Практика:**

1. Неограниченная в любой окрестности т.  $x_0$  функция является ли бесконечно большой?
2.  $(1+x)^n = 1+nx + o(x)$  при  $x \rightarrow 0$  ?
3. Вычислить:  $\int \frac{x+2}{x^2-1} dx$ .

**Комплект КИМ №1 (экзамен)**

**Контрольно-измерительный материал № 4**

**Теория:**

1. Доказать свойства пределов, связанные знаком неравенства.
2. Вывести пятый замечательный предел.
3. Остаточные члены формулы Тейлора.

**Практика:**

1. Сформулировать и изобразить:  
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$
2.  $f(x)$  - непрерывная функция.  $|f(x)|$  - непрерывная функция ?
3. Вычислить:  $\int \frac{x}{\sqrt{2+x}} dx$ .

**Комплект КИМ №2 (экзамен)**

## Контрольно-измерительный материал № 1

### Теория:

1. Вычисление площади плоской фигуры, заданной в полярных координатах.
2. Принцип Больцано – Вейерштрасса для последовательностей в  $R^n$ .
3. Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.

### Практика:

1. Найти площадь фигуры, ограниченной осью ординат и линиями  $y = \operatorname{tg}x$  и  $y = \frac{2}{3} \cos x$ .
2. Дать определение интеграла  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x-1}$ .
3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = \cos(x-1)$ .
4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = |x|$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

## Комплект КИМ №2 (экзамен)

## Контрольно-измерительный материал № 2

### Теория:

1. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом.
2. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
3. Предел  $f : R^n \rightarrow R^1$ . Предел по множеству, по направлению. Примеры.

### Практика:

1. Найти длину дуги параболы  $y = 2x^2$  от её вершины до точки (1,2).

2. Является ли функция  $F(x) = \int_{-x}^x \frac{e^t dt}{t}$  дифференцируемой при

$x > 0$  ?

3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = \sin(x+1)$ .

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign } x$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

## Комплект КИМ №2 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 3

#### Теория:

1. Формула для вычисления производной (по Фреше)  $f: R^n \rightarrow R^1$ .
2. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.
3. Разложение функций  $e^x$  и  $\cos x$  в степенной ряд.

#### Практика:

1.  $\frac{d}{dt} \int_t^{t+1} \frac{\sin x dx}{x} = ? \quad (x > 1)$ .

2. При каких  $a$  сходится интеграл  $\int_0^2 \frac{dx}{(2-x)^a}$  ?

3. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right).$$

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign}(x^3)$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

## Комплект КИМ №2 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 4

#### Теория:

1. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
2. Вычисление массы дуги кривой.

3. Формула Тейлора для  $f : R^n \rightarrow R^1$ .

**Практика:**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{и} \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Дать определение интеграла  $\int_{-\infty}^{10} \frac{\ln|x|dx}{x-1}$ .

3. Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию  $y = e^{2x}$ .

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = \text{sign}(x^5)$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

**Комплект КИМ №3 (экзамен)**

**Контрольно-измерительный материал № 1**

**Теория:**

1. Дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Сведение двойного интеграла к повторному.
3. Циркуляция векторного поля вдоль замкнутого контура.

**Практика:**

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = 0, \quad z = 0, \quad 3x + y = 6, \quad 3x + 2y = 12, \quad x + y + z = 6.$$

2.

$$\iiint_V x dV = ? \quad V - \text{тело, ограниченное поверхностями}$$

$$z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6x, \quad z = x^2 + y^2.$$

3. Найти поток поля  $\vec{F} = (x, y, z)$

через поверхность  $x^2 + y^2 = R^2, \quad 0 \leq z \leq H$ .

## Комплект КИМ №3 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 2

#### Теория:

1. Непрерывность собственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Определение тройного интеграла.
3. Соленоидальное поле.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$y = \sqrt{x}, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad z = 0, \quad x + z = 6.$$

2.  $\iiint_V y \, dV = ?$        $V$ - тело, ограниченное поверхностями

$$2z = x^2, \quad z = 0, \quad y = 0, \quad y = 6x, \quad 3x + 2y = 12.$$

3. Доказать:

$$\operatorname{div}(f \cdot \bar{a}) = \overline{\operatorname{grad} f, \bar{a}} + f \cdot \operatorname{div} \bar{a},$$

где  $f = f(x, y, z)$ ,  $\bar{a} = (a_x, a_y, a_z)$ .

## Комплект КИМ №3 (экзамен)

### Контрольно-измерительный материал № 3

#### Теория:

1. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Определение двойного интеграла.
3. Потенциальное поле.

#### Практика:

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

$$2. \iiint_V (x + y) dV = ? \quad V\text{- тело, ограниченное поверхностями}$$

$$x^2 + y^2 = 4z, \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad z = 0.$$

3. Доказать:

$$\overline{\operatorname{rot}}(\bar{r}, f) = f \cdot \overline{\operatorname{rot}} \bar{r} + [\overline{\operatorname{grad}} f \times \bar{r}],$$

$$\text{где } f = f(x, y, z), \quad \bar{r} = (r_x, r_y, r_z).$$

**Комплект КИМ №3 (экзамен)**

### Контрольно-измерительный материал № 4

**Теория:**

1. Признаки равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
2. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Вихрь поля.

**Практика:**

1. Найти объём тела, ограниченного поверхностями:

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

$$2. \iiint_V z dV = ? \quad V\text{- тело, ограниченное поверхностями}$$

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad y = 1, \quad y = 2x, \quad y = 6 - x.$$

3. Найти циркуляцию поля  $\bar{F} = (-y, x, 0)$

$$\text{вдоль линии } (x - 2)^2 + y^2 = 2.$$

**Комплект КИМ №1 (зачет)**

### Контрольно-измерительный материал № 1

**Задача 1.** Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{2n^3}{n^3 - 2}, \quad a = 2.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}.$$

**Комплект КИМ №2 (зачет)**

### **Контрольно-измерительный материал № 2**

**Задача 1.** Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

1)  $y = 4 - x^2,$   
 $y = x^2 - 2x.$

2)  $r = 4 \sin 3\varphi, \quad r = 2 \quad (r \geq 2).$

**Задача 2.** Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиком функции (ось вращения  $Ox$ )

$$y = x^2, \quad y = 1, \quad x = 2.$$

**Задача 3.** Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

**Комплект КИМ №3 (зачет)**

### **Контрольно-измерительный материал № 3**

1. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D (x - y) dx dy, \quad \text{где } D: y = 2 - x^2, \quad y = 2x - 1$$

2. Вычислить двойной интеграл:

$$\iint_D (x + 2y) dx dy, \text{ где } D: y = x, y = 2x, x = 2, x = 3$$

3. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x^2 - y^2) dx + xy dy, \text{ где } L: \text{отрезок } AB \text{ } A(1;1), B(3;4)$$

### Описание технологии проведения промежуточной аттестации

Собеседование по билетам к экзамену

### Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаруживает пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	-	<b>«Неудовлетворительно»</b>
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим	Пороговый	<b>"Удовлетворительно"</b>



<p>необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример</p>		
<p>Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но не допустил погрешности в практических примерах</p>	<p>Достаточный</p>	<p>"Хорошо"</p>
<p>Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании</p>	<p>Повышенный</p>	<p>"Отлично"</p>

<p>учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>		
<p><b>«Зачтено»</b> выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.</p> <p>Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%)</p> <p>Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>	<p>Достаточный</p>	<p><b>«зачтено»</b></p>
<p><b>«Не зачтено»</b> Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	<p>-</p>	<p><b>«Не зачтено»</b></p>